	Exercice 1 (2 points) :
0,5	1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x}-4e^{x}+3=0$
0,5	b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{2x}-4e^{x}+3\leq 0$
0,5	c) Calculer : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{2x}-1}$
0 ,5	2) Montrer que l'équation : $e^{2x}+e^{x}+4x=0$ admet une solution dans l'intervalles $[-1{,}0]$

	Exercice 2 (4 points) :
	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=\frac{1}{2}$ et $u_{n+1}=\frac{u_n}{3-2u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,25	1) Calculer u_1
0,5	2) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0<u_n\leq\frac{1}{2}$
0,5	3) a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n}\leq\frac{1}{2}$
0,5	b) En déduire la monotonie de la suite (u_n)
0,75	4) a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0<u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$; puis calculer la limite de la suite (u_n)
0,5	b) On pose $v_n=\ln(3-2u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$, calculer la limite de (v_n)
0,5	5) a) Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\frac{1}{u_{n+1}}-1=3\left(\frac{1}{u_n}-1\right)$
0,5	b) En déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$

	Exercice 3 (5 points) :
0,75	1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$
	2) Soient les nombres complexes $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$
0,25	a) Ecrire a sous forme algébrique
0,5	b) Vérifier que : $\bar{a}z=\sqrt{3}$
	Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère les points A , B , C d'affixes respectives a , b et $\bar{a}$
0,5	3) Montrer que B est l'image du point A par homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport
	4) Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
0,5	a) Ecrire z' en fonction de z et a
0,25	b) Soit d l'affixe du point D de C par la rotation R, montrer que : $d=a+1$
0,5	c) Soit I le point d'affixe le nombre 1, montre que ADIO est un losange

	5) a) Vérifier que : $d-b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$; en déduire un argument du nombre $d-b$
0,75	b) Ecrire le nombre $1-b$ sous forme trigonométrique
0,5	
0,5	c) Déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD})$

Problème (9 points) :

Soit la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(0)=0$ et $f(x)=2x\ln(x)-2x$ si $x>0$

Et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (unité : 1cm)

0,5	1) Montrer que f est continue à droite au point 0
0,5	2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
0,5	b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat
0,75	3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat
0,5	b) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$
0,5	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,+\infty[$
0,5	4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ les équations : $f(x)=0$ et $f(x)=x$
1	b) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (on prend $e^{\frac{3}{2}}\approx 4{,}5$)
0,5	5) a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e x\ln(x)\,dx=\frac{1+e^2}{4}$
0,5	b) En déduire : $\int_1^e f(x)dx$
0,25	6) a) Déterminer le minimum de f sur $]0;+\infty[$
0,5	b) En déduire que pour tout x de $]0;+\infty[$, $\ln(x)\geq\frac{x-1}{x}$
	7) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1,+\infty[$
0,5	a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera
0,75	b) Construire dans le même repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ la courbe représentative de la fonction g^{-1}
	8) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x)=x^3+3x & ; \quad x\leq 0 \\ h(x)=2x\ln(x)-2x & ; \quad x>0 \end{cases}$
0,5	a) Etudier la continuité de h au point 0
0,5	b) Etudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat
0,25	c) La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? Justifier